Calcul littéral

1 Expressions littérales

Définition

Une **expression littérale** est une expression mathématique dans laquelle un ou plusieurs nombres sont remplacés par des **lettres**.

Exemple

L'aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle de longueur L et de largeur l peut s'écrire $\mathcal{A} = L \times l$.
On dit qu'on a exprimé l'aire du rectangle **en fonction de** L et l .

Exemple

Un site internet vend des clés USB à 4€ l'unité et facture la livraison 3€. Le prix à payer dépend du nombre n de clés USB achetées.
On exprime le prix P par l'expression littérale : $P = 4 \times n + 3$

Remarque: Convention

On peut ne pas écrire le signe $\times$ d'une multiplication lorsque ce signe est situé devant une lettre ou devant une parenthèse.
De même $1 \times x$ pourrait s'écrire $1x$, mais on l'écrit x , on a $1 \times x = x$

Exemple

$$5 \times x = 5x$$

$$3 \times 2 \times y = 6y$$

$$a \times b = ab$$

$$4 \times (a + 2) = 4(a + 2)$$

Remarque: Attention!

2×3 ne s'écrit pas 23.

Définition

Soit x un nombre quelconque.

$x \times x$ se note x^2 et se lit " x au **carré**" ou " x puissance 2".

$x \times x \times x$ se note x^3 et se lit " x au **cube**" ou " x puissance 3".

Remarque: Attention!

Ne pas confondre $2x$ et x^2 , en effet, $2x = x + x$ et $x^2 = x \times x$.
Par exemple, pour $x = 5$, $2x = 2 \times 5 = 10$ et $x^2 = 5^2 = 25$!

Définition

Calculer la **valeur** d'une expression littérale, c'est attribuer un nombre à chaque lettre afin d'effectuer le calcul. On passe donc d'une **expression littérale** à une **expression numérique**.

Exemple

On veut calculer l'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm. On a $L = 6$ et $l = 4$, on effectue donc le calcul suivant : $\mathcal{A} = L \times l = 6 \times 4 = 24$

L'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm est donc de 24 cm^2 .

Exemple

Si on reprend l'exemple des clés USB et qu'on en achète 5, on effectue le calcul suivant : $P = 4 \times 5 + 3$
On devra donc payer 23€.

2 Egalités

Définition: Egalité

Une **égalité** est composée de deux expressions séparées par le symbole « = ». Chacune de ses expressions est un **membre** de l'égalité.

Propriété: Tester une égalité

Pour tester une égalité, on remplace l'inconnu par la **valeur demandée** et on regarde si les deux membres de l'équation sont égaux ou différents : s'ils sont égaux, l'égalité est vraie ; sinon elle est fausse.

Exemple

L'égalité $3x - 4 = 5 + 2x$ est-elle vraie dans les cas suivants :

1. $x = 2$

Pour le membre de gauche, on écrit $3 \times 2 - 4 = 0$;

pour le membre de droite, on écrit $5 + 2 \times 2 = 9$, ainsi l'égalité est fausse.

2. $x = 9$

Pour le membre de gauche, on écrit $3 \times 9 - 4 = 23$;

pour le membre de droite, on écrit $5 + 2 \times 9 = 23$, ainsi l'égalité est vraie.

3 Simplification d'expression littérale

Remarque

Lorsqu'on est face à une expression littérale, la première chose à faire est de la **simplifier**. Pour cela on procède en 3 étapes :

1. On identifie les blocs principaux, séparés par des **additions** ou **multiplications**.
2. A l'intérieur de chaque bloc, on fait les **multiplications** des nombres, et on identifie les **lettres** présentes.
3. On **regroupe** les blocs constitués des mêmes lettres (attention! ça peut être par une addition ou une soustraction).

Exemple

Prenons l'exemple de l'expression littérale :

$$4 \times 3 \times x + 2 \times y \times y - 5 \times x$$

1. On a le bloc $4 \times 3 \times x$, le bloc $2 \times y \times y$ et le bloc $5 \times x$.
2. On simplifie chaque bloc, et on obtient :

$$12x + \dots$$

3. On remarque qu'il y a deux blocs en x , en les combinant (attention au signe $-$!) on obtient finalement :

...

4 Distributivité

Définition

Lorsque l'on transforme un produit en une somme ou une différence, on dit que l'on **développe** le produit.

Exemple

$$16 \times 101 = 16 \times (100 + 1) = 16 \times 100 + 16 \times 1 = 1600 + 16 = 1616$$

Propriété: Distributivité

Soient k , a et b trois nombres.

La multiplication est distributive par rapport à l'addition et la soustraction :

$$\bullet k \times (a \oplus b) = k \times a \oplus k \times b$$

Produit
Somme

$$\bullet k \times (a \ominus b) = k \times a \ominus k \times b$$

Produit
Différence

Exemple

On développe chaque expression numérique :

1. $12 \times (10 + 8) = 12 \times 10 + 12 \times 8 = 120 + 96 = 216$
2. $10 \times (3 - 0,2) = 10 \times 3 - 10 \times 0,2 = 30 - 2 = 28$

On développe chaque expression littérale :

1. $7(x + 5) = 7 \times x + 7 \times 5 = 7x + 35$
2. $4 \times (3 - a) = 4 \times 3 - 4 \times a = 12 - 4a$