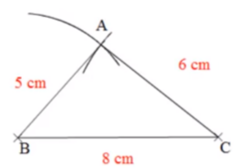
Triangles

1 Constructions de triangles

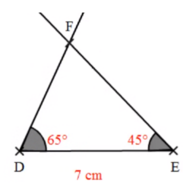
Propriété: Méthodes de construction

Pour **construire un triangle**, il faut connaître certaines de ces dimensions :

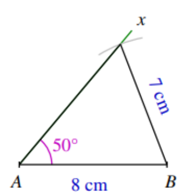
1. On connaît la **longueur** de ses **trois** côtés. On a besoin de règle graduée et compas.



2. On connaît les mesures de **deux angles** et **la longueur** du côté situé entre eux. On a besoin de règle graduée et rapporteur.

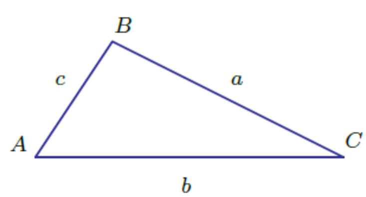


3. On connaît les **longueurs de deux côtés** et la mesure de **l'angle compris entre ces deux côtés**. On a besoin de règle graduée et compas et rapporteur.



Propriété: Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés. Dans le triangle ABC ci-dessous, on a : $AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$ et $BC < AB + AC$. C'est ce qu'on appelle l'**inégalité triangulaire**.



Remarque

Pour qu'un triangle soit constructible, il faut que la longueur du plus grand côté soit inférieure à la somme des deux autres.

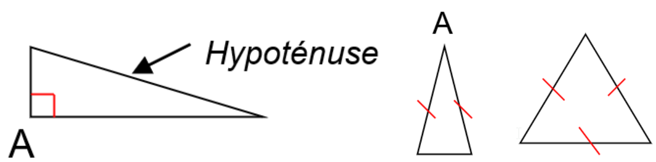
Exemple: Applications

Le triangle ABC est-il constructible ?

1. $AB = 2,2$ cm, $AC = 0,9$ cm et $BC = 1,6$ cm.
   On sait que : $AB = 2,2$ cm, $BC + AC = 1,6 + 0,9 = 2,5$ cm,
   soit : $2,5$ cm $> 2,2$ cm. Or, d'après l'inégalité triangulaire, le triangle ABC existe.
2. $AB = 2,2$ cm, $AC = 0,9$ cm et $BC = 0,8$ cm.
   On sait que : $AB = 2,2$ cm, $BC + AC = 0,8 + 0,9 = 1,7$ cm,
   soit : $1,7$ cm $< 2,2$ cm. Or, d'après l'inégalité triangulaire, le triangle ABC n'existe pas.
3. $AB = 2,2$ cm, $AC = 0,9$ cm et $BC = 1,3$ cm.
   On sait que : $AB = 2,2$ cm, $BC + AC = 1,3 + 0,9 = 1,3$ cm,
   soit : $2,2$ cm $= 2,2$ cm. Or, d'après l'inégalité triangulaire, le triangle ABC est aplati.

Définition: Nature d'un triangle (Rappel)

1. Triangle **rectangle** en A : triangle possédant un angle droit en A. Dans un triangle rectangle, on appelle **hypoténuse** le côté opposé à l'angle droit.
2. Triangle **isocèle** en A : triangle ayant **deux** de ses côtés de même longueur.
3. Triangle **équilatéral** : triangle ayant **tous** ses côtés de même longueur.

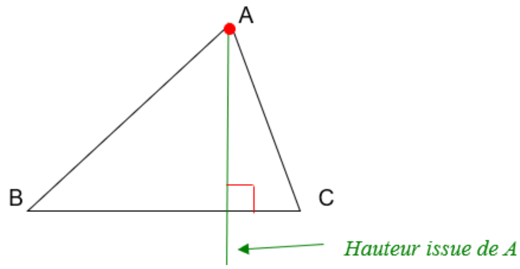


2 Droites remarquables d'un triangle

2.1 Hauteur

Définition

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et qui est **perpendiculaire** au côté opposé, qu'on appelle la **base**. Attention ! La base n'est pas forcément le côté "en bas".

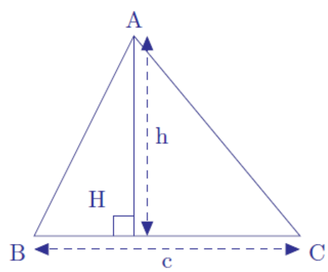


Propriété: Aire d'un triangle

L'aire d'un triangle est égale à la moitié du produit de la longueur d'un de ses côtés par la hauteur relative à ce côté : $\mathcal{A} = \dfrac{c \times h}{2}$, où $\mathcal{A}$ est l'aire du triangle ; c est la longueur d'un des côtés du triangle ; h est la hauteur relative de ce côté.

Exemple

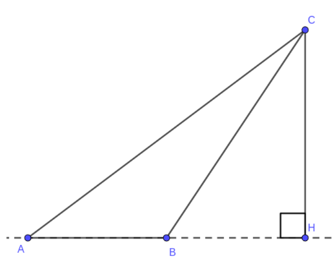
Si ABC est un triangle tel que $BC = 4$ cm et $AH = 2,5$ cm, alors l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC vaut : $A = \dfrac{c \times h}{2} = \dfrac{4 \times 2,5}{2} = \dfrac{10}{2} = 5 \quad cm^2$



Remarque

Il peut arriver que la hauteur soit à l'extérieur du triangle, mais la formule reste la même :

$$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2} = \frac{AB \times HC}{2}.$$



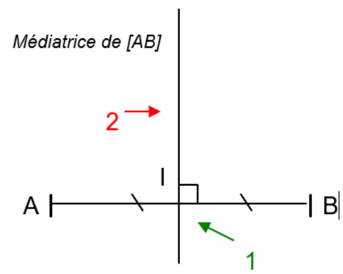
2.2 Médiatrice

Définition

La **médiatrice** d'un segment est la droite qui passe par son **milieu** et qui lui est **perpendiculaire**.

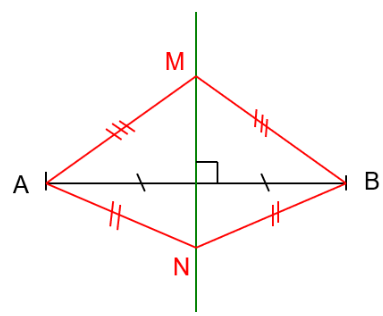
Propriété: Construction

1. On place le milieu I du segment $[AB]$.
2. On trace la perpendiculaire à $[AB]$ passant par I.



Propriété

Tous les points situés sur la médiatrice de $[AB]$ sont à **égale** distance de A et de B. On dit qu'ils sont **équidistants** de A et de B.



MA = MB et NA = NB