

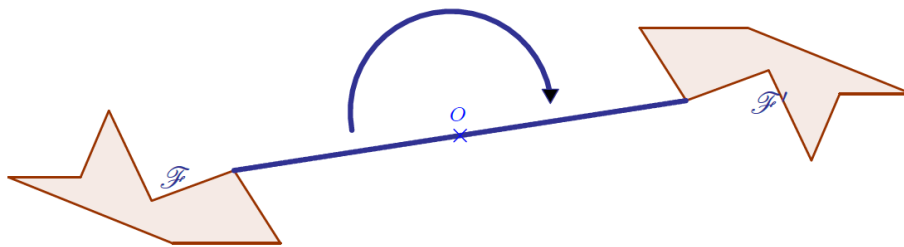
Symétrie Centrale

1 Définition et construction

Définition

Dire que deux figures sont **symétriques** par rapport à un **point** signifie que, en effectuant un demi-tour autour de ce point, les figures se superposent.

Exemple

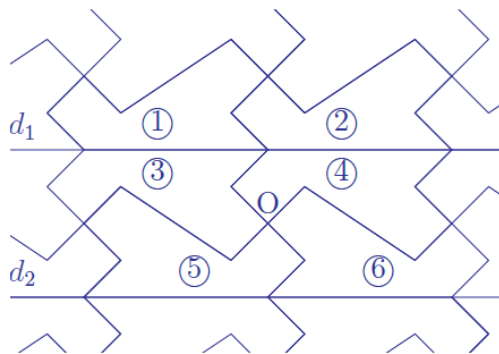


Le point O est appelé le **centre de symétrie**.

Le symétrique de la figure $\mathcal{F}$ par rapport à O est la figure $\mathcal{F}'$.

Les figures $\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}'$ sont symétriques par la **symétrie centrale** de centre O .

Exemple

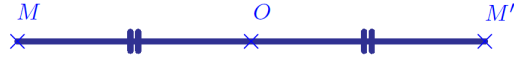


Dans le pavage ci-dessus :

- La figure ① et la figure ③ sont symétriques par rapport à l'axe d_1 . On observe une **symétrie axiale**.
- La figure ③ et la figure ⑥ sont symétriques par rapport au point O . On observe une **symétrie centrale**.

Définition

Dire que deux points M et M' sont **symétriques par rapport à un point** O signifie que O est le milieu du segment $[MM']$.

Exemple

M et M' sont symétriques par rapport au point O .

Propriété

Pour construire le symétrique du point A par rapport au point O , on trace la demi-droite $[AO)$ puis on reporte la longueur AO de l'autre côté du point O .

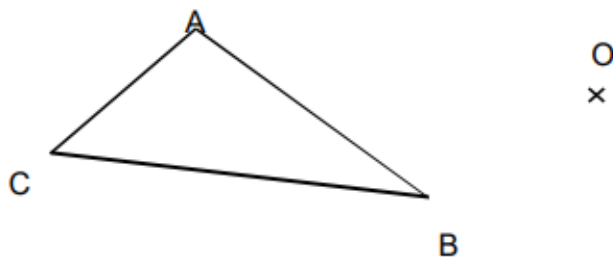
Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à un point, on utilise une règle et un compas : on construit le symétrique des points puis on le relie.

Exemple

Construire le symétrique du point A par rapport au point O .

**Exemple**

Construire le symétrique du triangle ABC par rapport au point O .



2 Propriétés

Propriété

Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite parallèle : on dit que la symétrie centrale conserve les **alignements**.

Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur : on dit que la symétrie centrale conserve les **longueurs**.

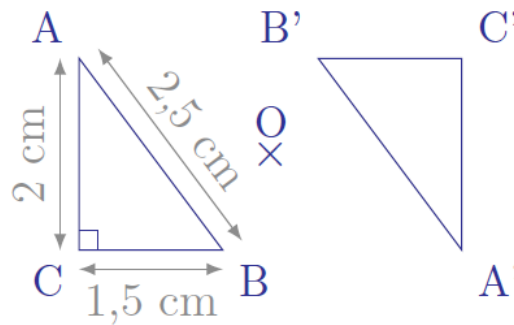
Deux figures symétriques par rapport à un point ont la même forme : on dit que la symétrie centrale conserve les **angles**, les **périmètres** et les **aires**.

Remarque

La symétrie axiale conservait aussi les alignements, angles, longueurs et aires.

Exemple

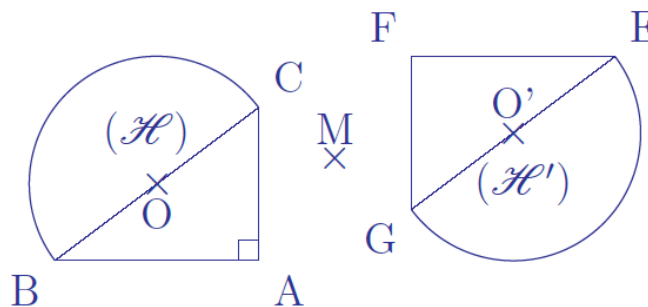
Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont symétriques par rapport à O .



Le côté $[A'B']$ mesure 2,5 cm. La mesure de l'angle $\widehat{A'B'C'}$ est égale à la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Le périmètre du triangle $A'B'C'$ est égal à 6 cm. Le triangle $A'B'C'$ est un triangle rectangle.

Exemple

Les figures $(\mathcal{H})$ et $(\mathcal{H}')$ sont symétriques par rapport au point M .



On donne : $AB = 4$ cm, $AC = 3$ cm et $EG = 5$ cm. Déterminer la longueur EF .

Exemple de rédaction à faire dans un contrôle :

Les segments $[BA]$ et $[EF]$ sont symétriques par rapport au point M . Or, le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur, donc $EF = BA = 4$ cm.

3 Carte mentale

