Probabilités

1 Expérience aléatoire

Définition

Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard : on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance.
Les différents résultats possibles d'une expérience aléatoire sont appelés des **issues**.

Exemple

1. On lance une pièce de monnaie et on observe la face du dessus. Il y a deux issues possibles : Pile et Face. On ne peut pas savoir à l'avance laquelle des deux on va obtenir.
2. On lance un dé de 6 faces et on observe le numéro inscrit sur la face du dessus. Il y a 6 issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On ne peut pas savoir à l'avance laquelle de ces 6 issues on va obtenir.

Définition

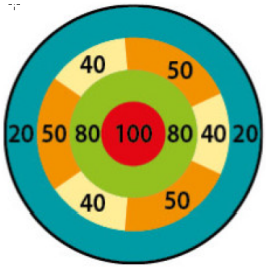
Un **événement** est une condition qui, selon l'issue de l'expérience aléatoire, est **réalisé** ou n'est **pas réalisé**.
Une issue peut également être considérée comme un **événement**.

Exemple

Lors d'un lancer de dé, on s'intéresse à la question suivante : "le résultat obtenu est-il pair ?"
On parle alors de l'événement "Obtenir un résultat pair", c'est-à-dire "Obtenir 2, 4 ou 6".
Si on obtient l'une des issues 2, 4 ou 6, on dit que l'**événement** "Obtenir un résultat pair" est **réalisé**.
Si on obtient l'une des issues 1, 3 ou 5, on dit que l'**événement** "Obtenir un nombre pair" n'est **pas réalisé**.

Exemple

On tire une fléchette les yeux bandés vers la cible ci-dessous et on observe le nombre de points obtenus. Si la fléchette ne se plante pas sur la cible, on n'obtient aucun point. Les issues de cette expérience aléatoire sont : 0, 20, 40, 50, 80 et 100.

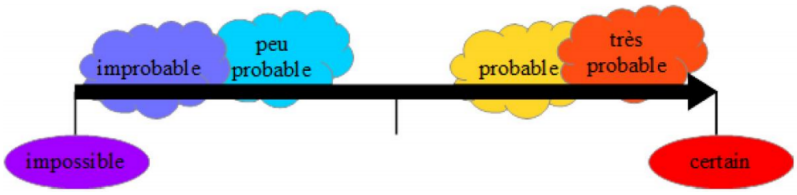


On s'intéresse à l'événement "Obtenir 40 points" : si on obtient l'issue 40 lors de cette expérience, cet événement sera réalisé. Si on obtient une autre issue, cet événement ne sera pas réalisé.

2 Probabilité d'un événement

Définition

La **probabilité** d'un événement peut s'interpréter comme la "proportion de chances" que cet événement se réalise. C'est un nombre **compris entre** 0 **et** 1.
Plus un événement a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 1.
Moins il a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 0.



Remarque

On peut exprimer une probabilité sous plusieurs formes : un nombre décimal, une fraction, un pourcentage, etc.

Définition

Pour une expérience aléatoire, lorsqu'on a autant de chances d'obtenir une issue ou une autre, on dit qu'il s'agit d'une **situation d'équiprobabilité**.

Définition

Si A désigne un événement, on note $\mathbb{P}(A)$ la probabilité de cet événement.

Exemple: Lancer de dé

Lorsqu'on lance un dé à 6 faces qui n'est pas truqué, il a autant de chances de tomber sur une face que sur une autre. On a donc 1 chance sur 6 d'obtenir le 1, 1 chance sur 6 d'obtenir le 2, 1 chance sur 6 d'obtenir le 3, etc.
Toutes les issues ont les mêmes chances d'être obtenues. On dit aussi que les issues ont la même probabilité. Cette probabilité est égale à $\frac{1}{6}$.

Exemple: Lancer de pièces

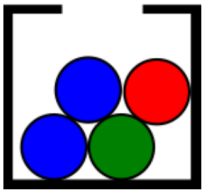
Lorsqu'on lance une pièce de monnaie qui EST truquée, elle n'a pas autant de chances de tomber sur une face que sur l'autre. On a peut-être 40% de chances d'obtenir "Face" et 60% de chances d'obtenir "Pile". Ce n'est pas une situation d'équiprobabilité.

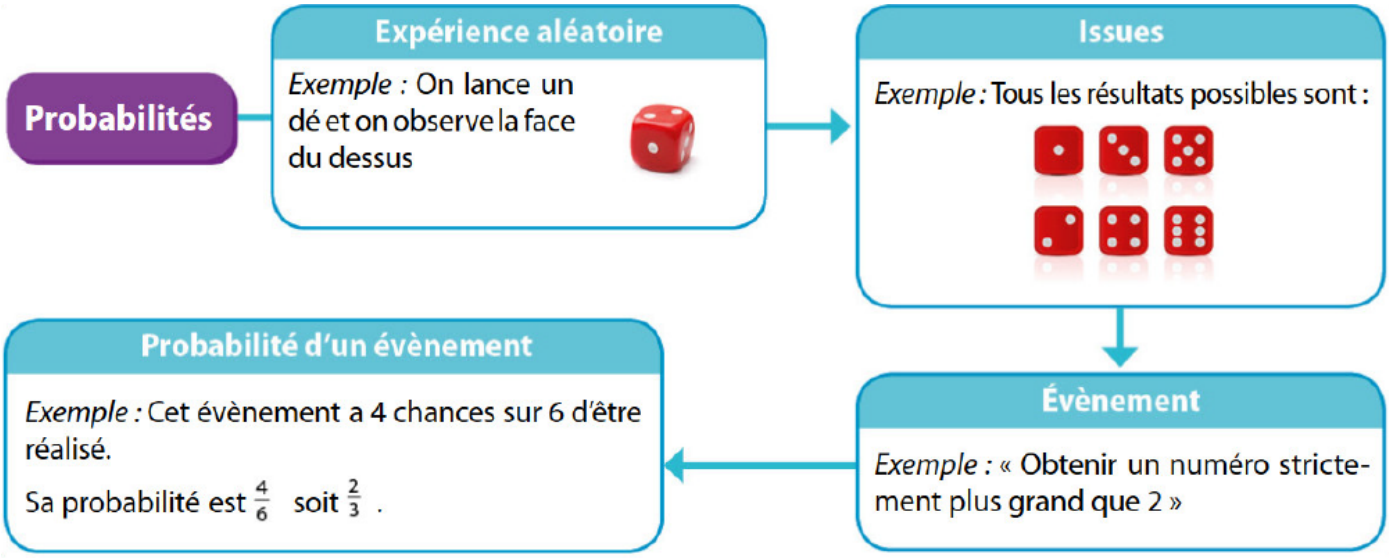
Propriété

On considère une situation d'**équiprobabilité** admettant N issues. La probabilité d'un événement est égale au quotient du nombre d'issues qui réalisent cet événement par le nombre N.

Exemple

Une urne contient 4 boules indiscernables au toucher.



On tire au hasard une boule de l'urne.
Les boules étant indiscernables au toucher, chaque boule a la même chance d'être tirée, il s'agit donc d'une situation d'équiprobabilité.
Cette expérience admet 4 issues, on a donc :
$\mathbb{P}(\text{obtenir 1}) = \mathbb{P}(\text{obtenir 2}) = \mathbb{P}(\text{obtenir 3}) = \mathbb{P}(\text{obtenir 4}) = \frac{1}{4}$.
Si on s'intéresse maintenant à l'événement "Obtenir une boule bleue", on a :
$\mathbb{P}(\text{Obtenir une boule bleue}) = \frac{2}{4}$

3 Carte mentale