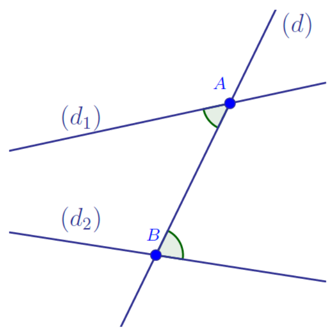
Angles et parallélisme

1 Angles et parallélisme

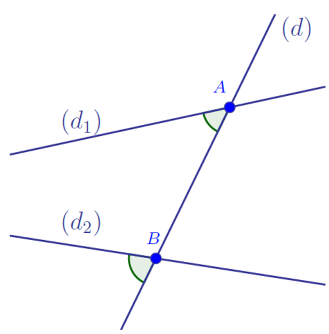
Définition: Alternes-internes

Soient deux droites $(d1)$ et $(d2)$ et une sécante (d) qui coupe $(d1)$ et $(d2)$ en deux points A et B.
Deux angles sont **alternes-internes** lorsque :
- ils sont situés de part et d'autre de la droite (d) ;
- ils sont entre les droites $(d1)$ et $(d2)$.



Définition: Correspondants

Soient deux droites $(d1)$ et $(d2)$ et une sécante (d) qui coupe $(d1)$ et $(d2)$ en deux points A et B.
Deux angles sont **correspondants** lorsque :
- ils sont situés du même côté de la droite (d) ;
- l'un est entre la droite $(d1)$ et la droite $(d2)$, l'autre est à l'extérieur.

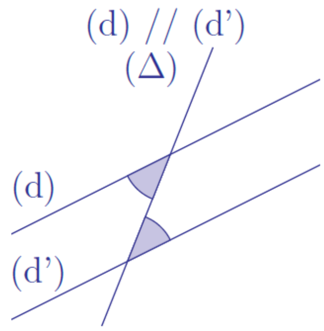


Propriété: Directes

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont même mesure.
Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants qu'elles forment ont même mesure.

Exemple

Que dire de la mesure des deux angles grisés ?



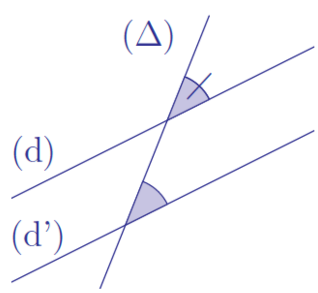
On sait que :
- les deux angles grisés sont alternes-internes pour les droites (d) et (d') coupées par la sécante (Δ) ;
- les droites (d) et (d') sont parallèles.

Or, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont même mesure.
Donc, les deux angles grisés ont la même mesure.

Propriété: Réciproques

Si deux droites forment avec une même sécante deux angles alternes-internes de même mesure, alors ces droites sont parallèles.
Si deux droites forment avec une même sécante deux angles correspondants de même mesure, alors ces droites sont parallèles.

Exemple



On sait que :
- les deux angles grisés sont correspondants pour les droites (d) et (d') coupées par la sécante (Δ) ;
- les mesures des angles grisés sont égales.

Or, si deux droites forment avec une même sécante deux angles correspondants de même mesure, alors ces droites sont parallèles.
Donc, les droites (d) et (d') sont parallèles.

2 Angles et triangles

Propriété: Somme des mesures d'angles d'un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.

Remarque

Lorsqu'on connaît la mesure de deux angles d'un triangle, on peut calculer la mesure du troisième angle.

Exemple

Le triangle ABC est tel que $\widehat{ABC} = 78°$ et $\widehat{ACB} = 52°$. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$:
$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$, donc $\widehat{BAC} = 180 - \widehat{ABC} - \widehat{ACB} = 180 - 78 - 52 = 50°$.

Exemple

On considère le triangle TEH tel que : $\widehat{TEH} = 68°$, $\widehat{THE} = 39°$ et $EH = 3$ cm. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ETH}$?
$\widehat{TEH} + \widehat{THE} + \widehat{ETH} = 180°$, donc $\widehat{ETH} = 180 - \widehat{TEH} - \widehat{THE} = 180 - 68 - 39 = 73°$.

Propriété

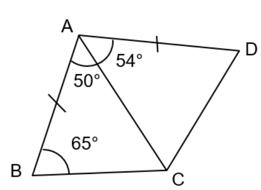
1. Si un triangle est **rectangle**, alors la somme des mesures de ses angles aigus est égale à 90°.
2. Si la somme des mesures de deux angles d'un triangle est égale à 90°, alors ce triangle est **rectangle**.

Propriété

1. Si un triangle est **isocèle**, alors ses deux angles à la base ont la même mesure.
2. Si deux angles d'un triangle ont la même mesure, alors ce triangle est **isocèle**.
3. Si un triangle est **équilatéral**, alors chacun de ses trois angles mesure 60°.
4. Si chacun des trois angles d'un triangle mesure 60°, alors ce triangle est **équilatéral**.

Exemple

Quelle est la nature du triangle ABC ? Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$?



La mesure de l'angle $\widehat{BCA}$ vaut $180 - 65 - 50 = 65$ degrés, donc ABC est un triangle isocèle.
D'après le codage, on a $AB = AD$. Or, ABC est isocèle en A, donc $AB = AC$, donc $AC = AD$, ainsi, le triangle ADC est donc isocèle en A.
De ce fait, les angles $\widehat{ACD}$ et $\widehat{ADC}$ ont la même mesure, qui vaut : $(180 - 54) \div 2 = 126 \div 2 = 63$.

3 Carte mentale